



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: تکلیف عید یازدهم ریاضی

تاریخ آزمون: ۱۳۹۷/۱۲/۲۷

۱- دایره‌ای به شعاع ۶ cm مفروض است. اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی مقابل به کمانی به طول ۱۰ cm چند رادیان و چند درجه است؟

۲- چند دقیقه طول می‌کشد تا عقربه‌ی دقیقه‌شمار ساعت  $\frac{7\pi}{12}$  رادیان دوران کند؟

۳- چرخ و فلکی دارای ۳۰ کایین است و ما، در کایین شماره‌ی ۸ قرار داریم. اگر به اندازه‌ی  $\frac{32\pi}{5}$  رادیان و در جهت مثلثاتی بچرخیم، در موقعیت چه کایینی قرار می‌گیریم؟

۴- مجموع اندازه‌ی سه زاویه  $\frac{5\pi}{4}$  رادیان و زاویه‌ها با عده‌های ۲ و ۳ و ۴ متناسب هستند. زاویه‌ها را بر حسب درجه و رادیان بدست آورید.

۵- اگر  $y = 3 \cot \alpha$  و  $x = \frac{2}{\sin \alpha}$  باشد، رابطه‌ای بین  $x$  و  $y$  بدست آورید.

۶- اگر  $\tan 15^\circ = \dots, 28^\circ$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$  را بدست آورید.

۷- حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$(الف) \frac{3 \sin 150^\circ - \sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{4} + \cos 300^\circ}{\cot(-135^\circ) - \sqrt{3} \tan \frac{5}{6}\pi}$$

$$(ب) \frac{2 \sin \frac{7\pi}{6} \times \tan \frac{5\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6} \tan \frac{5\pi}{3}}{\cos^2(\frac{7\pi}{4}) + \cot^2(\frac{5\pi}{3})}$$

$$(پ) ۲ \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \sqrt{3} \sin(\pi - \alpha) - 3 \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$$

$$(ت) \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cot(\pi - \alpha) + 3 \cos(\pi + \alpha) + \tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$$

$$(ث) \sqrt{3} \cot \frac{7\pi}{3} + 2 \sin \frac{20\pi}{3} + 2 \cos \frac{5\pi}{3} \times \tan \frac{50\pi}{3}$$

$$(ج) \frac{\tan 120^\circ \cos 210^\circ - \sin 225^\circ \cos 315^\circ}{\cot 135^\circ \sin 330^\circ - \cos 240^\circ \tan 225^\circ}$$

$$(چ) 3 \tan \frac{29\pi}{6} - \sin \frac{39\pi}{4} + \cos \frac{27\pi}{4} - \cot \frac{34\pi}{3}$$

$$(ح) 5 \sin^2(\frac{7\pi}{4}) + 2 \tan^2(\frac{4\pi}{3}) + 3 \cos(\frac{8\pi}{3}) - \cot^2(\frac{7\pi}{6})$$

۸- اگر باشد، مقدار  $\tan \alpha$  را بدست آورید.

۹- اگر باشد، مقدار  $\tan \alpha$  را بدست آورید.

۱۰- اگر  $\sin \theta = \frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta}$  و انتهای زاویه‌ی  $\theta$  در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، حاصل عبارت را بدست آورید.

۱۱- اگر  $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\frac{5\pi}{4} - \alpha) + 3 \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) + \cos(\frac{7\pi}{4} - \alpha)$  باشد حاصل عبارت  $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \dots, 8$  باشد.



۱۲- اگر  $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{1}$  و انتهای کمان  $x$  در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی باشد، مقدار  $\tan(\frac{3\pi}{2} - x)$  را بدست آورید.

۱۳- بُرد هر یک از توابع زیر را در دامنهٔ داده شده بدست آورید.

الف)  $y = 3 \sin x - 1 \quad [0, 2\pi]$

ب)  $f(x) = 2 - 4 \cos x \quad [0, 2\pi]$

پ)  $h(x) = 3 \sin^2 x - 2 \quad [0, 2\pi]$

ت)  $y = 1 - 2 \cos(x - \frac{\pi}{3}) \quad [0, 2\pi]$

۱۴- بیشترین و کمترین مقدار تابع  $y = -2 \sin(x + \frac{2\pi}{3})$  را در بازهٔ  $[0, 2\pi]$  بدست آورید.

۱۵- دامنهٔ تابع زیر را بدست آورید.

الف)  $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{10-2x}$

ب)  $g(x) = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-1}}$

پ)  $h(x) = \frac{\sqrt{3x-6}}{\sqrt{2x-6}}$

ت)  $k(x) = \sqrt{\frac{2x-16}{2-x}}$

ث)  $y = \sqrt{4 - \sqrt{1-2x}}$

ج)  $f(x) = \sqrt{\frac{1-|x|}{1+|x|}}$

۱۶- آیا دو تابع  $f(x) = \frac{3(x^2-1)}{x-1}$  و  $g(x) = 3x+3$  با هم برابرند؟

۱۷- با استفاده از نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$ ، نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$y = \sqrt{x-2}, \quad y = -3 + \sqrt{x-4}, \quad y = \sqrt{x+1} + 3$$

$$y = -\sqrt{x-1}, \quad y = -\sqrt{x+6}-1$$

۱۸- نمودار تابع  $y = 2[x] + 1$  را در بازهٔ  $[-1, 2]$  رسم کنید.

۱۹- اگر تابع  $f = \{(3, 5), (4, -6), (a+1, 5), (2a, 3b)\}$  یک به یک باشد،  $a$  و  $b$  را بدست آورید.

۲۰- اگر  $f$  یک تابع خطی باشد به طوری که  $f^{-1}(1) = 5$  و  $f^{-1}(9) = 3$  آنگاه ضابطهٔ  $f$  و  $f^{-1}$  را بدست آورید.

۲۱- ضابطهٔ وارون تابع زیر را بدست آورید.

$$\begin{cases} f : R^{\geq -2} \rightarrow R^{\geq -1} \\ f(x) = x^2 + 4x + 3 \end{cases}$$

۲۲- اگر  $f(x) = x|x|$  باشد، نمودار تابع  $f^{-1}(x)$  را رسم کنید.

۲۳- در تابع  $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$  باشد، مقدار  $a$  را بدست آورید.

۲۴- ضابطهٔ تابع معکوس  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 3$  را بدست آورید.

۲۵- اگر  $\frac{f}{g}$  باشد، ابتدا تابع  $g(x) = x^2 - 4$  و دامنهٔ آن را بدست آورده و سپس مقدار  $(g - 3f)(5)$  را محاسبه کنید.

۲۶- اگر  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  باشد، دامنهٔ تابع  $y = g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+3}}$  و  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$  را بدست آورید.

۲۷- نمودار سهمی  $y = x^2 + 4x + 3$  را واحد به سمت راست و یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم، معادلهٔ آن را پس از انتقال بنویسید.

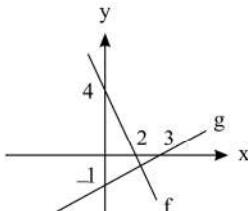


۲۸ - نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{3-x} + 2$  را رسم کنید.

۲۹ - اگر  $f = \{(-1, 4), (0, 5), (1, 2), (3, 10), (4, -2)\}$  باشد، ابتدا تابع  $g-f$  را بصورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید و سپس مقدار  $\frac{f}{g}$  را بدست آورید.

۳۰ - اگر نمودار تابع  $f$  و  $g$  بصورت رو برو باشد، مطلوب است:

$$\text{الف - ضابطه و دامنه تابع } g-f \quad \text{ب - مقدار } (3g-f)(6)$$



۳۱ - اگر  $f(x)$  یک تابع نمایی باشد، حدود  $a$  را بدست آورید.

۳۲ - اگر نمودار تابع  $f(x) = ab^x$  از دو نقطه  $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $B(1, 11)$  بگذرد، مقدار  $(-\frac{1}{2}f(1))$  را بیابید.

۳۳ - فاصله نقطه تلاقی نمودارهای دو تابع  $y = (\frac{1}{2})^{2x-3}$  و  $y = 4^x$  از مبدأ مختصات چقدر است؟

۳۴ - نمودارهای دو تابع  $f(x) = \frac{1}{3}e^{ax+b}$  و  $g(x) = (\frac{1}{9})^{bx}$  در نقطه‌ای به طول ۱ - متقطع هستند. اگر  $f(2) = g(1)$  باشد،  $f^{-1}(2)$  را بدست آورید.

۳۵ - اگر  $6^x = 2^y$ ، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف  $8^{x-1}$

ب  $4^x + 8^x$

پ  $16^{x-3}$

ت  $(0.25)^{2x} \times 64^{x-1}$

۳۶ - هر دسته از اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

الف  $5\sqrt[5]{2}, 5^{1.5}, 5\sqrt[3]{3}$

ب  $3^3\sqrt[3]{3}, 3^3\sqrt[3]{1}, 3^3\sqrt[3]{2}, 3^4$

پ  $(\frac{1}{2})\sqrt[4]{8}, 2^{-3}, (0.5)\sqrt[4]{1}$

۳۷ - اگر  $f(x) = a^x$  یک تابع نمایی باشد و  $f(x+4) = 9f(x)$  باشد، مقدار  $f(6)-f(4)$  را بدست آورید.

۳۸ - تابع با ضابطه  $f(x) = 2^{-(x+b)}$ ، محور  $x$  را در نقطه‌ای به طول ۱ - و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ - قطع می‌کند. ضابطه تابع را بدست آورده و سپس  $f(-2)$  را بدست آورید.

۳۹ - نمودار تابع‌های  $y = 2^{-x} - 4$  و  $y = 3 - 2^x$ ،  $y = 2^{(x-2)} - 2$ ،  $y = 2^{(x+3)} - 2$ ،  $y = 2^x + 1$  را رسم کنید و دامنه و برد هریک را مشخص کنید.

۴۰ - نمودار تابع‌های  $y = \log_2(x+3) - 2$  و  $y = 3 - \log_2 x$ ،  $y = \log_2(-x) + 2$ ،  $y = \log_2(x+5) + 2$ ،  $y = \log_2(x-3)$  را رسم کنید و دامنه و برد هریک را مشخص کنید.

۴۱ - نمودار تابع  $y = \log x$  را ابتدا نسبت به محور  $y$  اقینه کرده و سپس آن را ۵ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم. ضابطه تابع جدید را بنویسید.

۴۲ - تابع با ضابطه  $f(x) = -\log_2(x+b) + c$ ، محور  $x$  را در نقطه‌ای به طول ۲ - و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ - قطع می‌کند. ضابطه تابع را بدست آورده و سپس  $f(4)$  را محاسبه کنید.



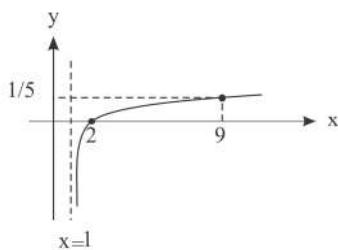
۴۳ - دامنه توابع زیر را بدست آورید.

الف)  $y = \log_x(2x + 6)$

ب)  $f(x) = \log_{(x-1)}(12 - 2x)$

پ)  $f(x) = \log_{(x-2)}(25 - x^2)$

ت)  $f(x) = \log_{(x-5)}(x^2 - 16)$



۴۴ - اگر نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \log_a(x - 1)$  بصورت زیر باشد، ضابطه وارون آن را بدست آورید.

الف)  $\log 5$

ب)  $\log 18$

پ)  $\log 1.5$

ت)  $\log 75$

ث)  $\log 42$

ج)  $\log \frac{98}{45}$

چ)  $\log \sqrt[21]{10}$

ح)  $\log \frac{\sqrt[7]{35}}{12}$

خ)  $\log(135\sqrt[4]{56})$

۴۵ - اگر  $\log 2 = a$  و  $\log 3 = b$  و  $\log 7 = c$  باشد، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف)  $\log_5 150 - \log_5 6$

ب)  $\log_7 \sqrt[7]{343}$

پ)  $\log_5 625 + \log_7 \frac{1}{64} + \log_1 \dots \dots 1$

ت)  $5^{(\log_7 3 - 2)}$

ث)  $6 \log_9 \sqrt[3]{81} - 3 \log_7 \frac{1}{8} + 4 \log_5 \frac{1}{125}$

ج)  $\log_{11} 243$

چ)  $\log_{\frac{1}{3}} 27 - 3 \log_7 \frac{1}{49} + 2 \log \dots \dots 1$

ح)  $\log_5 (\sqrt[3]{125})^3$

۴۶ - حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

۴۷ - حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف)  $\log 35 + 2 \log 2 \sqrt{y} - \log 200 - 2 \log 4$

ب)  $\log_5 200 - \log_5 4$ .

پ)  $\log_6 12 \sqrt[3]{3} + \log_6 3 \sqrt[3]{12}$

ت)  $y^{(\log_y 3 + \log_y 2)}$

ث)  $\sqrt{1 \cdot (\log 32 + \log 8)}$

ج)  $A^{(\log_y \sqrt[3]{2} \cdot -\log_y 3)}$

چ)  $\log 20 + 6 \log \sqrt[4]{5} - \log_6 \sqrt[4]{32}$

۴۸ - اگر  $\log 3 = b$  ،  $\log 2 = a$  باشد، حاصل  $\log_{\sqrt{2}} 125$  را بر حسب  $b, a$  بدست آورید.

۴۹ - معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف)  $\log_4 (x^r - 24) = \log_4 5x$

ب)  $\log_r (x^r - 1) = 1 + \log_r (x + 1)$

پ)  $\log_x (x^r - 2x) = 2$

ت)  $\begin{cases} \log x = \log 2 + \log y \\ 2^x \times 4^y = 4 \end{cases}$

ث)  $\begin{cases} \log y = 2 \log 3 + \log x \\ 2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1 \end{cases}$

۵۰ - معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف)  $\log_x (x^r + x) = \log_x 6$

ب)  $\log_4 x^r + rx + r = 0$

پ)  $\log_x (x^r + 3x - 6) = 3$

ث)  $\log_4 (x + 1)^r + 2 \log_4 x = 1$

ت)  $\log_{12} (x - 2) + \log_{12} (x + 2) = 1$

ج)  $\log 3x - \log 4 = \log(4 - x)$

چ)  $\log_r \sqrt[3]{3} + \log_s \sqrt[5]{5} = \frac{1}{r} \log_r x$